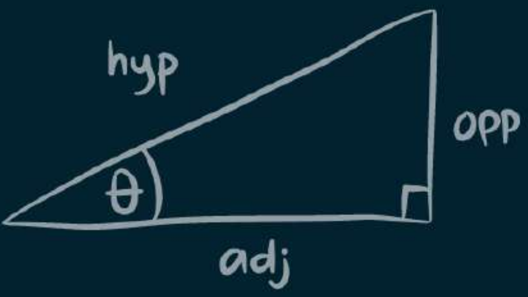
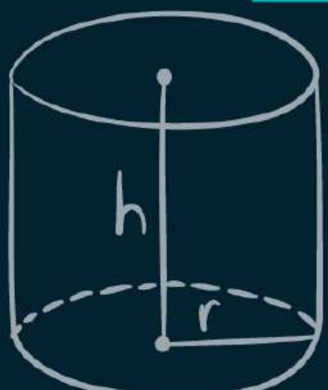


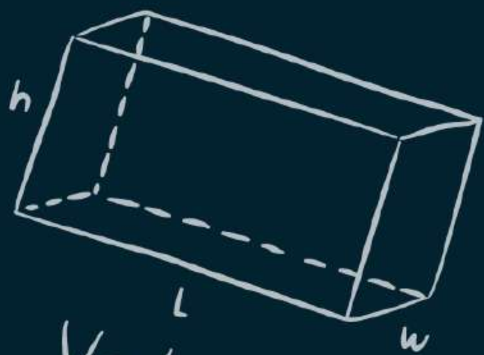
$\sin(\theta) = \frac{opp}{hyp}$

$a + b = b + a$

MATEMÁTICA
EJERCICIOS

CURSO
PREUNIVERSITARIO





$V = \pi r^2 h$

$V = Lwh$

Revisión de contenido y coordinación: Ing. Lewis Ivana Glenis
Compaginación y edición: Lic. Menna Cintia Yanina

aluar
Aluminio Argentino

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PATAGONIA SAN JUAN BOSCO

UTN
FRCH
FACULTAD REGIONAL CHUBUT

ÍNDICE

PRINCIPALES SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

Símbolo	Significado
∀	Para todo
∃	Existe al menos uno
∃!	Existe un único
∃/	No existe
/	Tal que
:	Tal que
<	Menor que
=	Igual que
>	Mayor que
≤	Menor o igual que
≥	Mayor o igual que
∞	Infinito
o	Composición de funciones
∝	Proporcional a
⊥	Perpendicular a
≠	Distinto de
≈ ≅ ≃	Aproximadamente igual a
≡	Idéntico a
∪	Unión de conjuntos
∩	Intersección de conjuntos

Símbolo	Significado
⊂	Contenido en
⊃	Contiene a
∈	Perteneciente a
∉	No perteneciente a
∅	Conjunto vacío
⇒	Implica
⇔	Si y sólo si
∑	Sumatorio
∏	Productorio
ℕ	Números naturales
ℤ	Números enteros
ℚ	Números racionales
I	Números irracionales
ℝ	Números reales
C	Números complejos
x	Un número cualquiera
^	Y
v	O

ALFABETO GRIEGO

Letra	Nombre		
	Adaptado	Griego Clásico	Griego Moderno
Α α	alfa	alpha	alfa
Β β	beta	bēta	vita
Γ γ	gamma	gamma	ghama
Δ δ	delta	delta	dhelta
Ε ε	épsilon	épsilon	épsilon
Ζ ζ	dseta	dzēta	zita
Η η	eta	ēta	ita
Θ θ	theta	thēta	thita
Ι ι	iota	iota	iota
Κ κ	kappa	kappa	kapa
Λ λ	lambda	lambda	lamda
Μ μ	mi	my	mi

Letra	Nombre		
	Adaptado	Griego Clásico	Griego Moderno
Ν ν	ni	ny	ni
Ξ ξ	xi	xi	xi
Ο ο	ómicron	ómicron	ómicron
Π π	pi	pi	pi
Ρ ρ	rho	rho	ro
Σ σ ς	sigma	sigma	sigma
Τ τ	tau	tau	taf
Υ υ	ípsilon	ýpsilon	ípsilon
Φ φ	fi	phi	fi
Χ χ	ji	chi	ji
Ψ ψ	psi	psi	psi
Ω ω	omega	ōmega	omega

EJERCICIOS MÓDULO 1. CONJUNTOS NUMÉRICOS.

EJERCICIO N°1: Escribir por extensión los siguientes conjuntos.

a) A = {x: x es un mes}

b) B = {x / x es un día de la semana}

c) C = {x / x $\in$ N $\wedge$ $-3 \leq x < 5$}

d) D = {x / x es tu DNI}

e) E = {x: x $\in$ Z $\wedge$ $-5/2 < x \leq 5/2$}

f) F = {x $\in$ R: x2 = 1}

g) G = {x $\in$ R: x = 2+ (-1)n, n $\in$ N }

EJERCICIO N°2: Escribir por comprensión los siguientes conjuntos.

a) G = {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes}

b) H = {i, n, g, e, n, i, e, r, í, a}

c) I = {verde, anaranjado, violeta}

d) K = {−2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5}

c) L = {….-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3…}

EJERCICIO N°3: Dados los conjuntos A={1, 2, 3, 4} ; B= { 2, 3, 5}; C = { 2, 5, 7} y el conjunto de referencia (o Universal) R= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Indicar el resultado de las siguientes operaciones entre conjuntos y graficar.

a) $A \cap B$	b) $A \cup B$	c) A - B
d) $(A \cap B)$ - C	e) $A \cup (C - B)$	f) $(A \cup B)$ c
g) $(A \cap B) \cup$ C c	h) R - B	i) $A \cup (C \cap B)$

EJERCICIO N°4: Dados lós conjuntos

H = {x $\in$ Z / x - 2 = 0}

I = {x $\in$ Z / 2x - 6 = 0}

J = {x $\in$ Z / 2 < x < 3}

Entones es verdadero que:

a- La cardinalidad de H e I es la misma

b- H $\cup$ I = J

c- H $\cap$ I = J

EJERCICIO N°5: Enumerar la/s propiedad/es empleada/s en cada caso.

a. $(5 + 3) + 7 = 7 + 5 + 3$
b. $x + 7 = 2 + 7 \Rightarrow x = 2$
c. $r = s \Rightarrow r + 2 = s + 2$
d. $(5 + 10) : 5 = 5 : 5 + 10 : 5$
e. $a \,.\, b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \lor b = 0$
f. $23 = 25 \,.\, 2 - 2$
g. $3m + 6n = 3\,(m + 2n) = (m + 2n)\,.\,3$

EJERCICIO N°6: Ordenar de menor a mayor y representar los siguientes números en la recta numérica.

$2;\ 0;\ 4;\ \frac{2}{5};\ -\frac{1}{3};\ 2;\ 2\pi;\ -3;\ \frac{4}{5};\ \frac{7}{7};\ -2$

EJERCICIO N°7: Indicar a qué conjunto/s pertenece cada uno de los siguientes números.

a) $\frac{\pi}{2}$	b) $\sqrt{36}$	c) $2{,}25111$
d) 0	e) $\sqrt{7}$	f) $-2{,}0\hat{1}$
g) $-\frac{9}{81}$	h) $\sqrt[3]{-8}$	i) $\left(-\frac{2}{6}\right)^{-1}$

EJERCICIO N° 8: Para cada afirmación, indicar verdadero (V) o falso (F) y explicar.

a) Todo número real es racional
b) Todo número natural es entero
c) Todo entero es racional
d) Todo número real es irracional

EJERCICIO N°9: Escribir, en cada caso, todo los números enteros que

a) Son mayores a -101 y menores a -97
b) Son mayores o iguales que -17 y menores a -12
c) Son menores o iguales que 2 y mayores o iguales a que $-\sqrt{4}$

EJERCICIO N°10: Resolver.

a) $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) =$

b) $\left\{-1 + \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)\right]\right\} - \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) =$

c) $\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\right] \cdot \frac{2}{55} : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right) =$

d) $\dfrac{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right) - 2 : \frac{1}{3}}{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) : \frac{1}{10} : \left(-\frac{2}{9}\right)} =$

e) $\dfrac{\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{5}}{\frac{1}{6} \cdot \left[\frac{3}{2} - \frac{5}{4} \cdot 2 : \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right] \cdot \frac{5}{7}} =$

EJERCICIO N°11: Los resultados indicados a continuación no son verdaderos. Marcar los errores de procedimiento cometidos y hallar el resultado correcto.

a) $2 - 3 \cdot (4 \cdot 2 + 8) = -1 \cdot 16 = -16$

b) $\dfrac{-2^2 + 4^{-1}}{-2^3 - 2^{-1}} = \dfrac{4 + \frac{1}{4}}{-8 - \frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{17}{4}}{-\frac{17}{2}} = -\dfrac{1}{2}$

EJERCICIO N°12: Verificar la siguiente igualdad sin utilizar calculadora.

$$\left(\sqrt[4]{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}\right)^{96} + \left\{\left[\left(\sqrt[6]{\sqrt[3]{2}}\right)^2\right]^3\right\}^9 = 24$$

EJERCICIO N°13: Verificar la validez de las siguientes igualdades. En algunos casos deberá racionalizar numerador y/o denominador.

a) $\dfrac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \dfrac{\sqrt{6} - 1}{3}$

b) $\dfrac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{12}} = 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{6}$

c) $\dfrac{1}{2 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{5})} = \dfrac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4}$

d) $\dfrac{3}{\sqrt{5} - 2} = 3\sqrt{5} + 6$

e) $\dfrac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2} = \sqrt{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} - \dfrac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = -2\sqrt{35}$

EJERCICIO N°14: Efectuar las siguientes operaciones e indicar a qué conjuntos numéricos pertenece el resultado

a) $\dfrac{3 + \sqrt{2}}{4} - \dfrac{3 + 3\sqrt{2}}{4}$

b) $-\sqrt{3} - 5 - 2 \cdot \left(3 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $(-\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

d) $\left(\sqrt{5} - \sqrt{6}\right) \cdot \left(\sqrt{5} + \sqrt{6}\right) \cdot \dfrac{1}{2}$

e) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2$

EJERCICIO N°15: Resolver, empleando propiedades de potencia y radicación.

a) 23

b) -32

c) (-3) . 2

d) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}$

e) $-\sqrt{-0,64}$

f) $-\sqrt{0,64}$

g) $\left(\frac{1000}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

EJERCICIO N° 16: Calcular las siguientes potencias.

a) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$

d) $(-1)^{25}$

e) -1^{2365}

f) $(0.1)^{-2}$

EJERCICIO N°17: Escribir como radicales los siguientes números.

a) $2^{\frac{1}{2}}$

b) $5^{0.5}$

c) $9^{\frac{1}{3}}$

d) $7^{\frac{2}{3}}$

e) $12^{0.2}$

f) $8^{\frac{-2}{3}}$

EJERCICIO N°18: Expresar como potencia fraccionaria.

a) $\frac{1}{\sqrt{x}}$

b) $\sqrt{x} : \sqrt[3]{x}$

c) $\sqrt{x} \,.\, \sqrt[3]{x} \,.\, \sqrt[5]{x}$

d) $\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

EJERCICIO N°19: Simplificar si es posible.

a) $\sqrt[4]{3^2}$

b) $\sqrt[9]{27}$

c) $\sqrt[5]{1024}$

d) $\sqrt[8]{5^4}$

EJERCICIO N°20: Extraer factores del radicando.

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{18}$

c) $\sqrt{32}$

EJERCICIO N°21: Calcular usando propiedades.

a) $\sqrt{2}\ .\ \sqrt{32}$

b) $\sqrt{15} : \sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{3}\ .\ \sqrt[3]{9}$

d) $\sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{2}$

e) $\sqrt{2} : \sqrt[3]{32}$

f) $\sqrt{3} : \sqrt{4}$

EJERCICIO N°22: Resolver aplicando propiedades y reduciendo las expresiones.

a) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$

b) $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80}$

c) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + (486)^{\frac{1}{2}}$

d) $(54)^{\frac{1}{3}} - (16)^{\frac{1}{3}}$

e) $3\ .\ \left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - 5\left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - 5\ (50)^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}\ .\ \left(\frac{2}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$

EJERCICIO N° 23: Simplificar las siguientes expresiones.

a) $\left(2\ .\ \sqrt{2}\ .\ \sqrt{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

b) $5\ .\ \sqrt[3]{5} : \sqrt{\left(\frac{1}{5}\ .\ \sqrt[5]{25}\right)^{\frac{1}{3}}}$

c) $\left(\sqrt{6}\ .\ \sqrt[4]{12}\right)^{3} : 18^{\frac{1}{2}}$

d) $\dfrac{-100^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{10 : \sqrt{0.001}}}$

e) $\dfrac{(2^3)^{-2}\ .\ \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}}{(2^{10})^{\frac{1}{2}}\ .\ 3^{\frac{1}{3}}}$

EJERCICIO N°24: Aplicar propiedades de potencia para expresar en forma simplificada.

a) $\left(-4 - 2^0\right)^2 =$

b) $\left(-4\right)^{-2} =$

c) $\left(\frac{2}{7}\right)^0 =$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

e) $\sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-2}\ .\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} =$

f) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

g) $3^x\ .\ 3^x\ .\ 3^x\ .\ 3^x =$

h) $\left[\left(a^5\ .\ a^{-2}\right)^{-1}\ .\ \left(a^5 : a^2\right)^{-1}\right]^3 =$

i) $\dfrac{a^2\ .\ (b\ .\ c)^2}{(a\ .\ b)^3} =$

j) $\left(\sqrt{3}\right)^{\frac{21}{3}}\left(\sqrt[3]{27}\right)^{\frac{1}{2}} =$

k) $\left(a^{-6}\ b^{-3}\ a^{\frac{4}{2}}\ c\right)^2\ .\ \left(3a^2\ b^{-1}\ c^{-2}\right)^3\ .\ \left(c^{\frac{1}{2}}\ a^{-\frac{3}{2}}\ b^{-1}\right)^2 =$

l) $\left[(2m - x)^{-\frac{3}{2}}\right]^2\ .\ \left(-x + 2m\right)^3\ .\ \left(2m - x\right)^{-2} =$

EJERCICIO N°25: Extraer todos los factores posibles de los radicales:

a) $\sqrt[3]{x^7\ y^{-6}\ z}$

b) $\sqrt[5]{m^{28}\ n^5\ p^{35}\ v^{-10}}$

c) $\sqrt{\frac{64\ a^{\frac{3}{2}}}{9\ x\ b^5\ z^{-2}}}$

EJERCICIO N°26: Racionalizar los denominadores en las siguientes expresiones:

a) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{2\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

EJERCICIO N°27: Resolver las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{2}+\sqrt{2}-5\sqrt{2}=$

b) $\sqrt{a}-2\sqrt{b}+\sqrt{a}-\sqrt{b}=$

c) $33\sqrt{18}-11\sqrt{2}+2\sqrt{50}=$

d) $\sqrt{9x}-\sqrt{25x}+\sqrt{49x}=$

e) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{16}{27}}-\frac{5}{3}\sqrt[3]{54}+5.\sqrt[3]{\frac{2}{125}}=$

f) $\sqrt[4]{2.a^2}\ .\ \sqrt[4]{a.b}\ .\ \sqrt[4]{2.a.b}=$

g) $\sqrt{3}.\left(\sqrt{6}-\sqrt{24}\right)+\sqrt{98}=$

h) $\sqrt{m}\ .\ \sqrt[3]{m^2}\ .\ \sqrt[4]{m^3}=$

i) $\sqrt[3]{a.b^2}.\ \sqrt[5]{a^2}b^3=$

j) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}=$

EJERCICIOS MÓDULO 2. ECUACIONES. INECUACIONES.PROPORCIONES

EJERCICIO N°1: Calcular el término desconocido de las siguientes proporciones.

a. $\frac{4}{10}=\frac{x}{60}$

b. $\frac{8}{32}=\frac{2}{x}$

c. $\frac{3}{x}=\frac{x}{12}$

d. $\frac{x}{6}=\frac{24}{x}$

e. $\frac{9}{12}=\frac{12}{x}$

EJERCICIO N°2: Resolver las siguientes ecuaciones y verificarlas.

a. $2x-3=\frac{1}{2}$

b. $2-2(x+3)=-\frac{1}{2}(4x+2)$

c. $\sqrt{x-2}=4$

d. $\frac{4x-6}{12}-\frac{3x-8}{4}=\frac{2x-9}{6}-\frac{x-4}{8}$

e. $\frac{2-(1-x)}{3}-x=1-\frac{2}{3}x$

f. $2\left(\sqrt{2}-\sqrt{\frac{5}{2}}\,x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{\frac{5}{2}}\,x$

g. $3x+2-2(2x-3)=x-2$

h. $(6x-2.6-1+3x):2=-38$

i. $x:9+14:2+5=10:2+3+3.2-1$

j. $\frac{2x+9}{5}=x+3$

k. $\frac{x}{3}=2.(x-5)$

l. $\frac{x+38}{5}=(6+9x):3$

m. $\frac{2x+4-5x+3}{4}-\frac{7x-9+3x-8}{7}+2=4x$

n. $\frac{7}{9}(x-2)+\frac{5}{6}(x-4)=20-\frac{7}{3}(x-7)$

o. $21x+\frac{9}{4}\left(\frac{1}{2}x+9\right)-\frac{9}{4}=24x+3$

EJERCICIO N°3: Resolver las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{x}{x-3}+\frac{2}{x+3}=\frac{x^2}{x^2-9}$

b. $\frac{5x-3}{4-x^2}=\frac{5+x}{2+x}+\frac{x-3}{2-x}$

c. $\frac{x^2-4x+1}{x-1}=\frac{x^2-3x}{x-1}-1$

d. $x+\frac{2}{x+5}=\frac{12+2x}{x+5}$

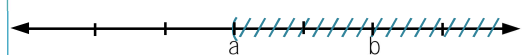
e. $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}=-1$

f. $\frac{(x+1)(x+3)}{x+1}=\frac{x^2-1}{x-1}$

<u>Cuadro Inecuaciones</u>

Intervalos reales.

Sean a y b $\in$ R, a < b

Intervalo	Notación de intervalo	Notación de conjuntos	Gráfica
Abierto	(a,b)	$\{x: a < x < b\}$	
Cerrado	[a,b]	$\{ x: a \leq x \leq b \}$	
Semiabierto	[a,b)	$\{ x: a \leq x < b \}$	
	(a,b]	$\{ x: a < x \leq b \}$	
Infinitos	$(-\infty,a]$	$\{ x: x \leq a\}$	
	$(-\infty,a)$	$\{ x: x < a \}$	
	(a,∞)	$\{ x: x > a \}$	
	$[a,\infty)$	$\{ x: x \geq a \}$	
	$(-\infty,\infty)$	{ x: x es un número real}	

<u>EJERCICIO N°4</u>: Resolver las siguientes inecuaciones y representar el conjunto solución en la recta real.

a. $2x - 3 < 4 - 2x$

b. $5 + 3x \leq 4 - x$

c. $4 - 2t > t - 5$

d. $x + 8 \leq 3x + 1$

e. $3.(4 - x) > 18x + 5$

EJERCICIO N°5: Resolver las siguientes inecuaciones haciendo uso de las reglas de signo y expresar la solución en forma de intervalos.

a. $(2x-1)(x-3) \geq 0$

b. $(x-2x^2)(x+\frac{1}{2}) \leq 0$

c. $\frac{-1-3x}{1-4x} < 2$

d. $\frac{x+2}{2-x} \geq 1$

e. $x^2 \leq x$

f. $x^4-(3x)^2 > 0$

g. $\frac{1}{x+2} \leq -\frac{x^2}{x+2}$

h. $-\frac{2}{x} > -\frac{5x}{x^2+6}$

i. $(x-2)x > 0$

j. $x(1-2x)(x+\frac{1}{2}) \leq 0$

k. $2x^3-x^2 > 0$

l. $(2x-1)(x-3) > 0$

m. $x^2 < x$

n. $\frac{x^2-x}{(x+1)(2-x)} \geq 0$

o. $2x-7 < 9$

p. $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4} \geq \frac{1}{2}$

q. $0 \leq 2x-1$

r. $\frac{x}{x+1} < 3$

s. $-\frac{x}{4}-4 > \frac{5}{3}x-\frac{1}{6}$

t. $\frac{3x}{x-1} \leq 5$

u. $\begin{cases} x+3 < 0 \\ 5-2x > 1 \end{cases}$

v. $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$

w. $\begin{cases} 3-6x > 0 \\ x+1 < 0 \end{cases}$

EJERCICIO N°6: Resolver los siguientes problemas:

a. Si 2 litros de gasolina cuestan \$18.20, ¿Cuánto litros se pueden comprar con \$50.00?

b. Un automóvil recorre 30 km en un cuarto de hora, ¿Cuántos kilómetros recorrerá en una hora y media?

c. Una taza de agua eleva su temperatura en .5 °C al estar 45 minutos al sol, ¿Cuántos grados se elevará después de 2 horas?

d. Si el 25% de una cantidad es 68, ¿Cuánto es el 43% de esa misma cantidad? ¿Cuál es la cantidad del ejemplo anterior?

e. Si un niño camina 3 km en una hora y cuarto, ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 3 horas?

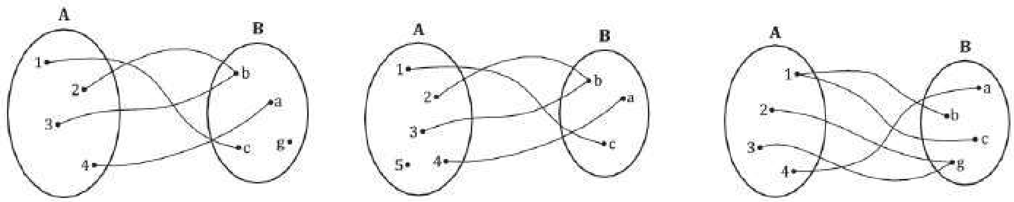
f. Un automóvil recorrió 279 km con 61 litros de combustible, ¿Cuántos kilómetros recorre por litro?

g. Un tren recorre 40 km en 72 minutos, ¿en cuánto tiempo recorrerá a 68 km?

h. En una escuela hay 467 alumnos y el día de hoy faltaron 63. ¿Qué porcentaje de alumnos estuvo ausente?

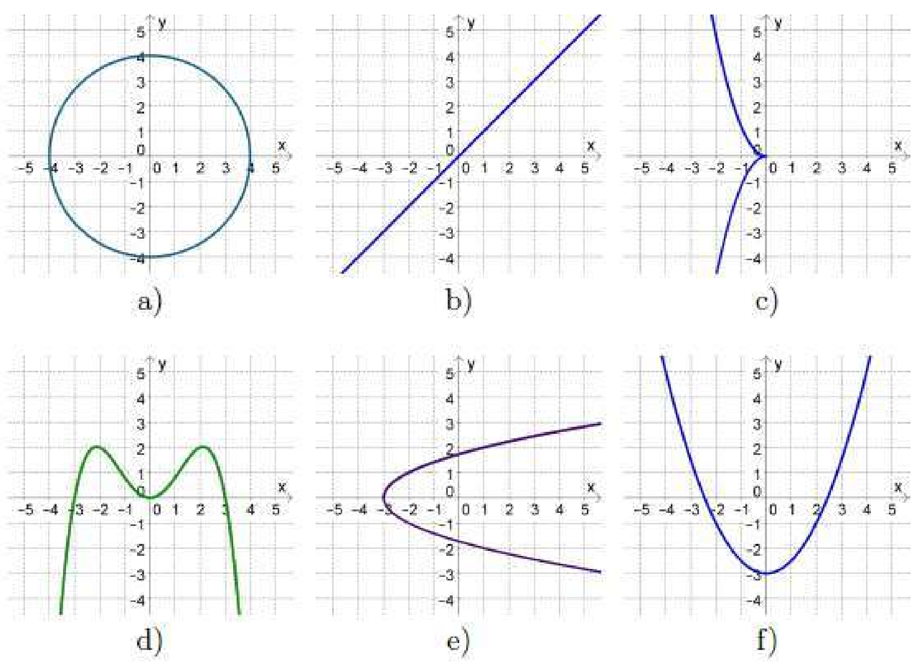
EJERCICIOS MÓDULO 3. FUNCIONES.

EJERCICIO N°1: Indicar si los siguientes diagramas, definen una función f: A→B, justificando la respuesta.



a) b) c)

EJERCICIO N°2: Indicar cuál de las siguientes gráficos corresponden una función.



EJERCICIO N°3: En cada caso, calcular, si es posible, f (0); f (-0,8); f (0,8); f (-1); f (1); f (-4,25); f (4,25); f (3). Definir el dominio de cada función.

a. f(x)= -3x+5

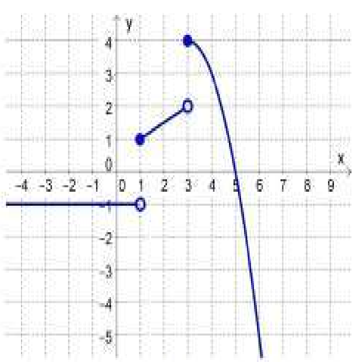
b. $f(x)=\sqrt{2x-1}$
c. $f(x)=3$
d. $f(x)=\frac{1}{x}$
e. $f(x)=x^2+5x-3$
f. $g(x)=\frac{3}{(x-3)}$

EJERCICIO N°4: Hallar el dominio de las siguientes funciones.

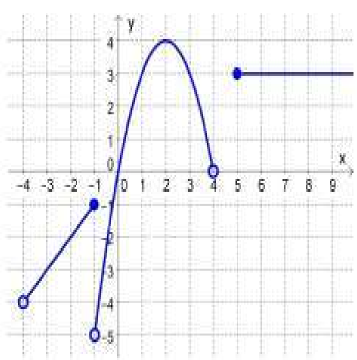
a. $f(x)=3x-1$
b. $f(x)=\sqrt{2x-1}$
c. $f(x)=\sqrt{2-x}$
d. $f(x)=\sqrt{x^2+1}$
e. $f(x)=x^2+5x-3$
f. $g(x)=\frac{(x+3)}{(x-3)}$
g. $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$
h. $f(x)=2+2^x$
i. $\begin{cases} 4-x^2 & \text{si } 0<x<1 \\ \frac{2}{\sqrt{x^2}} & \text{si } x>1 \\ x+1 & \text{si } x=0 \end{cases}$

EJERCICIO N°5: A partir de las gráficas de las siguientes funciones determinar.

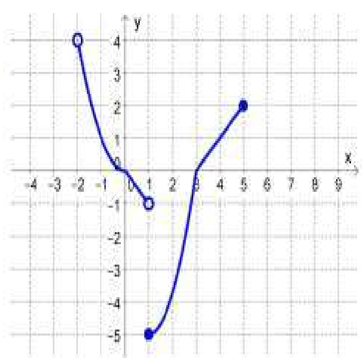
a. El dominio e imagen de cada una.
b. Si es posible, f(3), f(-2), $g(\frac{9}{2})$, g (5), h(3) y h(-2).
c. Si existen, los puntos de intersección con los ejes de coordenadas.
d. Los intervalos del dominio donde f es positivo.
e. Los intervalos del dominio donde g es negativa.



f



g



h

Función Lineal

EJERCICIO N°6: Indicar cuál de las siguientes funciones son funciones lineales.

a. $f(x)=-\frac{1}{2}x$

b. $f(x)=5x^2-x$

c. $f(x)=0$

d. $f(x)=2x+\sqrt{3}$

e. $f(x)=\begin{cases} 2x & \text{si } x \geq 1 \\ 3x-1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$

f. $f(x)=\begin{cases} -4 & \text{si } x \geq 1 \\ x^3 & \text{si } -1 \leq x < 1 \end{cases}$

EJERCICIO N°7: Representar gráficamente las siguientes funciones lineales.

a. $y=3$

b. $y=2x-3$

c. $5x+2y-1=0$

d. $-\frac{3}{2}x+3y-2=0$

e. $f(x)=-3x+1$

f. $f(x)=3x+7$

g. $y=\frac{1}{2}x+2$

h. $y+x=0$

i. $y-2x=\frac{1}{2}$

EJERCICIO N°8: Determinar la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes funciones lineales.

a. $f(x)=3x+1$

b. $f(x)=-\frac{1}{2}x+2$

c. $f(x)=-4x$

d. $f(x)=-1$

EJERCICIO N°9: ¿Cuánto debe valer un número real k para que el punto (-1; 2) se encuentre en la recta $kx+7y-7=0$?. Graficar.

EJERCICIO N°10: Hallar la ecuación general de la recta que en el plano XY satisface las siguientes condiciones, graficar:

a) Pasa por el punto P (1; 2) y tiene pendiente m = 2.

b) Pasa por los puntos P (3;-2) y Q (-1; 4).

c) Pasa por el punto S (-1;-2) y tiene pendiente $m = -\frac{3}{5}$

EJERCICIO N°11: Hallar las ecuaciones implícita y explícita de las siguientes rectas y graficar:

a) Pasa por el punto P (2; 2) y es paralela a la recta de ecuación $3.x - 2.y + 1 = 0$.

b) Pasa por el punto P (-1; 3) y es perpendicular a la recta de ecuación $-3\frac{x}{2} + 5\frac{x}{6} - 8 = 2$.

c) r pasa por el punto Q (2; 3) y r´ pasa por el punto Q´ (-2;-3), sabiendo que son perpendiculares.

EJERCICIO N°12: Hallar los puntos de intersección y graficar:

a) $r: x + y + 1 = 0$

$r´: x - y + 1 = 0$

b) $r: 5x + 2y = 1$

$r': x - 4y = 2$

EJERCICIO N°13: Hallar el valor del parámetro k de modo tal que la recta de ecuación $2.k.x - 5.y + 2.k + 3 = 0$:

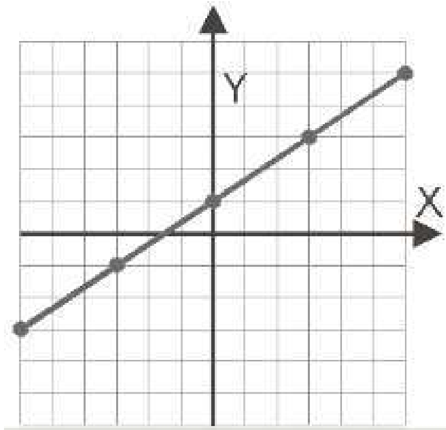
a) Pase por el punto P (3;-2).

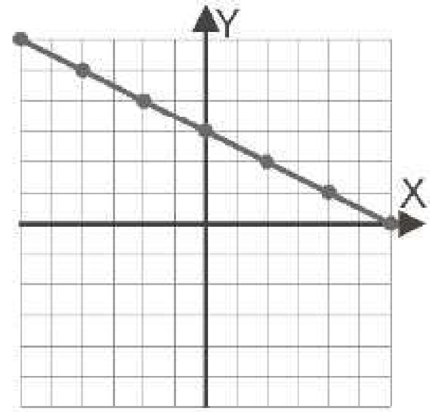
b) Tenga pendiente $m = -1/2$.

c) Tenga ordenada al origen 3.

d) Pase por el origen de coordenadas.

EJERCICIO N°14: Escribir la ecuación de cada una de las siguientes rectas considerando que cada división vale 1.





EJERCICIO N°15: Demostrar que los puntos A= (3,3), B = (11,5) y C= (8, 17) son vértice de un triángulo rectángulo y hallar el perímetro.

EJERCICIO N°16: Un grupo de meteorólogos estudió la temperatura T (en grados centígrados) en función de la altura h respecto del nivel del mar (en metros) en una determinada región. Después de una fatigosa cantidad de mediciones para distintas alturas entre 0 metros y 15000 metros, han podido determinar la fórmula que vincula estas dos variables:

$T(h)=20-\frac{1}{150}h.$

a. ¿Cuál es la variable independiente y que representa? ¿Y la variable dependiente?

b. Teniendo en cuenta las condiciones del estudio que hacían, ¿qué dominio consideraron los científicos para esta función?

c. Representa gráficamente T(h) y determina su conjunto imagen. ¿Qué información proporciona este conjunto para el estudio meteorológico?

d. ¿Cuál es la temperatura a 240 metros sobre el nivel del mar? ¿Y a los 600 metros?

e. Es cierto que a los 1500 metros de altura se espera tener una temperatura de 11°C? ¿Por qué?

f. ¿Cuál es la variación de temperatura por cada metro que asciende? ¿Y por cada kilómetro?

g. ¿A qué altura le corresponde una temperatura de 1°C bajo cero?

h. Halla los ceros, conjuntos de positividad y negatividad de la función. Interpreta los resultados en términos de la investigación de los investigadores.

<u>EJERCICIO N°17:</u> Un gasista tiene la siguiente tarifa: $30 por gasto de traslado y $45 por cada hora de trabajo.

a. Encuentre la función que exprese el costo del servicio en función del tiempo.

b. Representar gráficamente.

c. Calcula cuanto deberá cobrar por 2,5 horas de trabajo.

d. Determina el tiempo invertido si el importe cobrado fue de $210.

<u>Función Cuadrática</u>
Recordar:

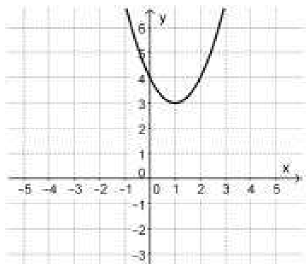
- ✓ $y= ax^2+bx+c$ es la función cuadrática.
- ✓ La gráfica es una parábola.
- ✓ La orientación de la parábola depende del signo de a:

$$\begin{cases} a>0 \text{ ramas hacia arriba} \rightarrow \text{función cóncava} \\ a<0 \text{ ramas hacia abajo} \rightarrow \text{función convexa} \end{cases}$$

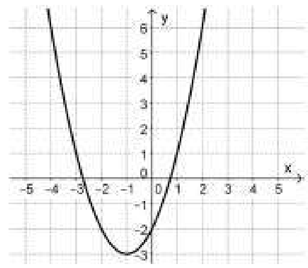
- ✓ El eje de simetría viene dado por la recta $x= \frac{-b}{2a}$
- ✓ El vértice de la parábola tiene por abscisa $x_0=\frac{-b}{2a}$
- ✓ La ordenada se determina sustituyendo este valor de x_0 en la función.
- ✓ Los puntos de corte con el eje de abscisas vienen dados por las dos soluciones de la ecuación de segundo grado $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. Son: $(x_1, 0)$ y$(x_2, 0)$.
- ✓ El punto de corte con el eje de ordenadas viene dado por el punto (0,c).

Función Cuadrática

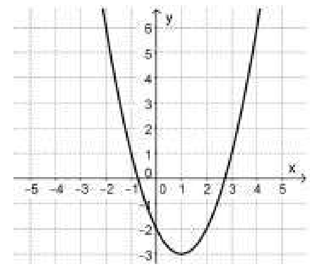
EJERCICIO N°18: Relacionar cada una de las siguientes parábolas con la ecuación correspondiente.



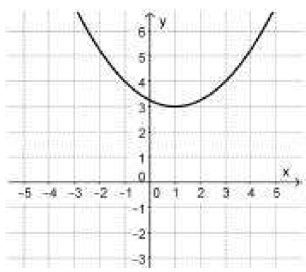
f_1



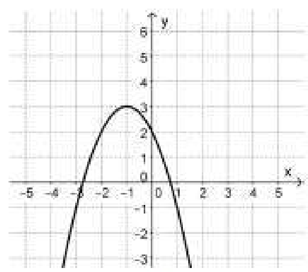
f_2



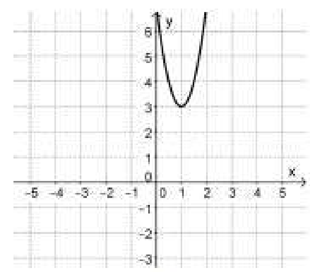
f_3



f_4



f_5



f_6

a. $y= (x-1)^2-3$

b. $y= \frac{1}{4}\,(x-1)^2+3$

c. $y= -(x+1)^2+3$

d. $y= (x-1)^2+3$

e. $y= 4\,(x-1)^2+3$

f. $y= (x+1)^2-3$

EJERCICIO N°19: Hallar las raíces, intersección con los ejes, vértice, dominio e imagen, intervalo de positividad y negatividad e intervalos de crecimiento de las siguientes Funciones cuadráticas. Graficar.

a. $f(x) = x^2 - 16$

b. $f(x)= 2.x^2 + 3x$

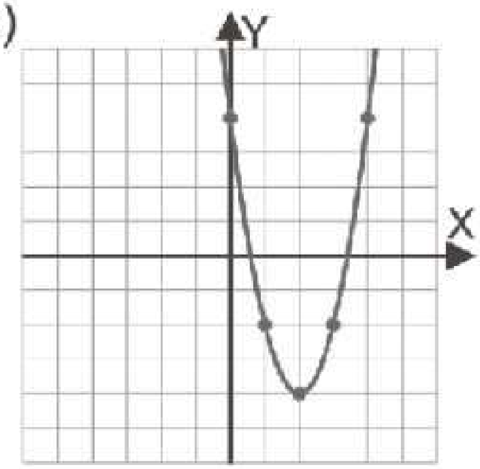
c. $f(x) = x^2 - 7.x - 18$

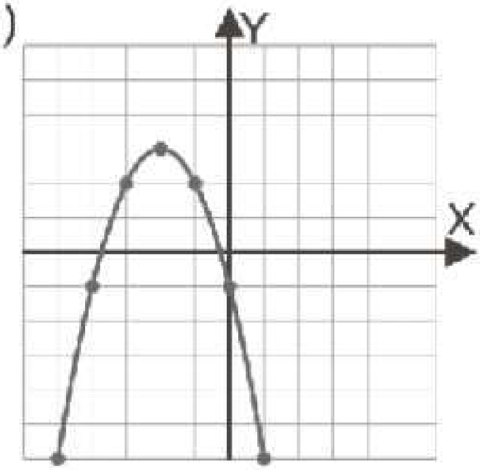
d. $g(x) = (x-1)^2$

e. $h(x) -(x+1)^2 + 3$

f. $g(x)= x(x+3)$

EJERCICIO N°20: Encontrar las fórmulas de las siguientes parábolas. En cada caso, determinar vértice, eje de simetría, intersecciones con los ejes de coordenadas y representar gráficamente.

a)


b)


EJERCICIO N°21 De las siguientes funciónes:

a. $y = (x-1)^2 - 4$

b. $y = (x-2)^2 - 1$

c. $y = (x - 1)^2 + 1$

d. $y = 3(x - 1)^2 + 1$

e. $y = 2(x + 1)^2 - 3$

f. $y = -3(x - 2)^2 - 5$

g. $y = x^2 - 7x - 18$

h. $y = 3x^2 + 12x - 5$

Determinar la ubicación de:

I. Vértice

II. Raíces

III. Ordenada al origen

IV. Graficar

EJERCICIO N°22: Representar en los mismos ejes de coordenadas las funciones siguientes:

¿En qué se parecen y se diferencias las funciones?

a. $f(x) = -2x^2$ $g(x) = -2x^2 + 2$ $h(x) = -2x^2 - 2$ $m(x) = -2x^2 + 8$

b. $f(x) = x^2$ $g(x) = (x+2)^2$ $h(x) = (x-3)^2$ $m(x) = (x+4)^2$

EJERCICIO N°23: La ganancia de una empresa en función de la cantidad de artículos vendidos esta dada por: $G(q)= -x^2 + 1200$.

a) ¿Cuáles son las variables?.

b) ¿Cuándo la Ganancia es máxima?.

c) ¿Qué cantidad debe fabricar par que esa ganancia sea máxima?.

EJERCICIO N°24: Desde la azotea de un edificio se lanza una pelota hacia arriba. La altura a la que está la pelota con respecto al suelo viene dada por la función $h(t) = 4{,}5 + 4t - 0{,}5t^2$

a) Representar la función.

b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza y en qué momento la alcanza?

c) ¿ A qué altura está la azotea?

d) ¿Al cabo de cuántos segundos cae al suelo?

e) ¿Cuál es el dominio de esta función?

EJERCICIO N°25: Hallar, en cada caso, la ecuación de la parábola que verifica las condiciones dadas.

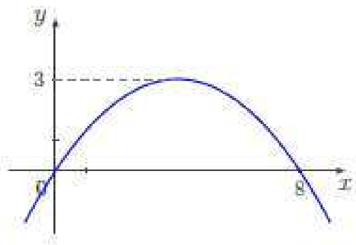
a. Pasa por el punto (1, -1) y su vértice es el punto v = (-2,3)

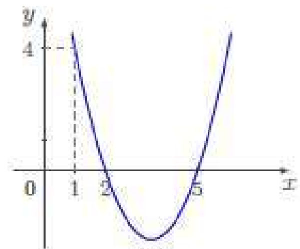
b. Intersecta al eje y en el punto (0, 3) y su vértice es el punto v = (1,2)

c. Para por los puntos (0,2), (-1,5) y (1/2, 1)

d. Tiene a $x_1= 2$ y $x_2=3$ como ceros y cuyo gráfico pasa por el punto (0,8)

EJERCICIO N°26: Hallar, en cada caso la ecuación de la función utilizando los datos indicados en los gráficos (a) y (b)





EJERCICIO N°27: Dadas las siguientes funciones cuadráticas

I. $f(x)= x^2-x-20$

II. $f(x)=3x^2-42x+147$

III. $f(x)=x^2-2x+4$

IV. $f(x)= \frac{1}{3}\ x^2-\frac{2}{3}$

a. Indicar, el número de intersecciones con el eje de abscisas.

b. En cada caso de ser posible, expresar la función cuadrática en forma factorizada.

EJERCICIOS MÓDULO 4. GEOMETRÍA.

EJERCICIO N°1: Hallar el perímetro y el área de:

a. Un cuadrado de 3 m de lado.

b. Un cuadrado de 11,3 m de lado.

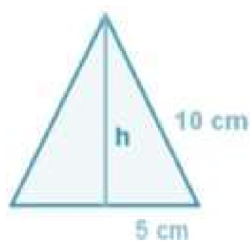
c. Un cuadrado que mide 34 m de lado.

d. La diagonal de un rectángulo mide 7 metros y uno de sus lados mide 3 metros.

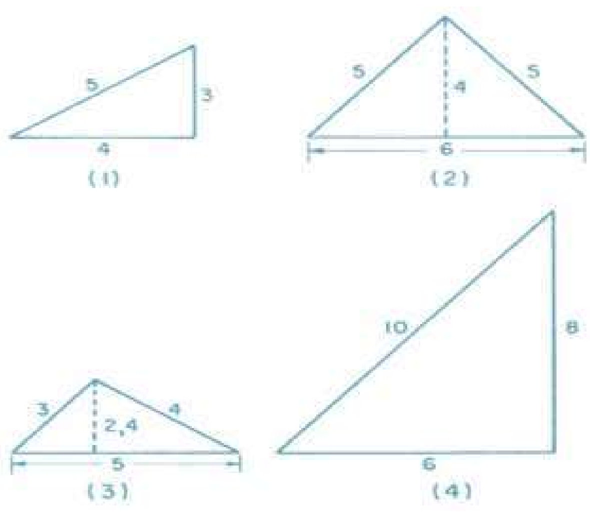
e. Un rectángulo cuyos lados miden 4,5 m y 7,9 m respectivamente.

EJERCICIO N°2: Hallar el perímetro y el área de

a. Triángulo equilátero:



b. Los siguientes triángulos y clasificarlos:



EJERCICIO N°3: Calcular el área y el perímetro de las siguientes figuras geométricas:

a. Un rombo cuyas diagonales miden 30 y 16 cm, y su lado mide 17 cm.

b. Un trapecio de base mayor 5cm, base menor 1,5 cm y altura 2 cm.

c. Un pentágono de 8 metros de lado y 6 de apotema.

d. Un hexágono de 4 metros de lado y 3,46 m de apotema.

EJERCICIO N°4: El área de un cuadrado es 2304 cm^2. Calcular el área del hexágono regular que tiene su mismo perímetro.

EJERCICIO N°5: Calcular el área y la longitud de los siguientes círculos:

a. Un círculo de 2 metros de radio.

b. Un círculo de 6 metros de diámetro.

c. El radio y el área de un círculo cuya longitud de la circunferencia mide 25,12 cm.

d. El radio y la longitud de un círculo cuya área mide 28,26 dm^2.

EJERCICIO N°6: Calcular la altura de un prisma que tiene como área la base 12 dm^2 y 48 l de capacidad.

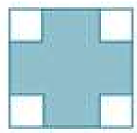
EJERCICIO N°7: Calcular el área total y el volumen de un cilindro de 8,1 cm de alto y 2,4 cm de radio de la base.

EJERCICIO N°8: Calcular el área y el volumen de una esfera de 5,6 cm de radio. Expresar la capacidad.

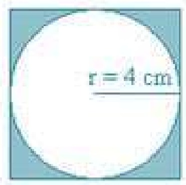
EJERCICIO N°9: Calcular el radio de una esfera cuyo volumen es de 3261,76 cm^3. Expresar la capacidad.

EJERCICIO N°10: Problemas con figuras geométricas.

a. En la figura se tiene un cuadrado de lado l = 4 cm. En las esquinas se tiene 4 cuadrados de lado l/3. Calcular el área de la región sombreada.

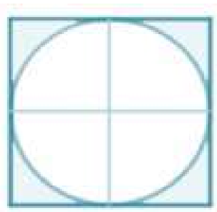


b. Calcular el área de la región sombreada.



c. Calcular el área de la región sombreada (corona circular) en donde $r_2=\sqrt[4]{4^2}$ cm.

d. Calcular el área sombreada, sabiendo que el lado del cuadrado mide 6 cm y el radio del círculo 3 cm.



EJERCICIO N°11: Problemas de aplicación

a. Determinar el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual al de un cuadrado de 10 cm de lado. ¿Son iguales sus áreas?.

b. Calcular el volumen, en centímetros cúbicos, de una habitación que tiene 5 m de largo, 40 dm de ancho y 2500 mm de alto.

c. Se echan 7 cm^3 de agua en un recipiente cilíndrico de 1,3 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?.

d. Una piscina tiene 8 m de largo, 6 m de ancho y 1.5 m de profundidad. Se pinta la piscina a razón de 36$ el metro cuadrado.

1. ¿Cuánto costará pintarla?.
2. ¿Cuántos litros de agua serán necesarios para llenarla?.

e. ¿Cuántos cubos cilíndricos, de 47 cm de altura y 16 cm de radio, se tienen que vaciar en una piscina de 10x6x1, 5 m para llenarla?.

EJERCICIOS MÓDULO 5. TRIGONOMETRÍA.

EJERCICIO N°1: Transformar el ángulo de grados a rad:

a) $15°$ b) $35°$ c) $80°$ d) $150°$

e) $90°$ f) $60°$ g) $45°$ h) $30°$

EJERCICIO N°2: Transformar el ángulo de rad. a grados:

a) $\frac{\pi}{5}$ rad b) $\frac{\pi}{10}$ rad c) 3π rad d) $\frac{17\pi}{4}$ rad

EJERCICIO N°3: Utilizando la calculadora, hallar las siguientes razones trigonométricas redondeando a 4 decimales:

a. sen 34º 35'57"

b. cos 85º 7'23"

c. tg 87º 33"

d. sen 43º 35'

EJERCICIO N°4: Utilizando la calculadora, hallar los ángulos (en grados y en radianes) de las siguientes razones trigonométricas:

a. sen $\alpha = 0{,}3456$

b. cos $\varepsilon = 0{,}5555$

c. tg $\beta = 1{,}4572$

d. cos $\mu = 0{,}25$

e. sen $\gamma = 0{,}0525$

EJERCICIO N°5: Resolver los triángulos rectángulos para los datos dados. Usar calculadora.

a) $\beta = 24°$ y $ac = 16$.

b) $ab = 32.46$ y $bc = 25,78$

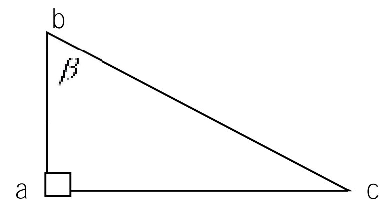
c) $\beta = 24°$ y $ab = 16$

d) $\beta = 71°$ y $bc = 44$

e) $ab = 312,7$ y $ca = 809$

f) $bc = 4.218$ y $ca = 6.759$

g) $\beta = 81º 12'$ y $ab = 43,6$



EJERCICIO N°6: Resolver los siguientes problemas

a. Calcular la altura de una torre si su sombra mide 13 cm cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50° con la horizontal.

b. Un avión vuela a 350 m de altura, observando el piloto que el ángulo de depresión del aeropuerto próximo es de 15°. ¿Qué distancia respecto a la vertical le separa del mismo en ese instante.

c. Desde un barco se ve el punto más alto de un acantilado con un ángulo de 74°. Sabiendo que la altura del acantilado es de 200 m, ¿a qué distancia se halla el barco del pie del acantilado?

d. Si el ángulo de elevación del sol es de 42° ¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada sobre el suelo de una persona que mide 6,1 cm de altura?

e. Para medir la altura de un edificio se miden los ángulos de elevación desde dos puntos distantes 100m. ¿Cuál es la altura si los ángulos son 33° y 46°?

f. Calcular la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60°.

g. Para medir la altura de una montaña se miden los ángulos de elevación desde dos puntos distantes 480m y situados a 1200 m sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la altura si los ángulos son 45° y 76°?

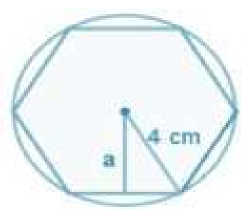
h. Tres pueblos A, B y C están unidos por carreteras. La distancia de A a C es 6 km y la de B a C 9 km. El ángulo que forman estas carreteras es 120°. ¿Cuánto distan A y B?

i. Desde un punto A en la orilla de un río, cuya anchura es de 50m., se ve un árbol justo enfrente. ¿Cuánto tendremos que caminar río abajo, por la orilla recta del río, hasta llegar a un punto B desde el que se vea el pino formando un ángulo de 60° con nuestra orilla?

j. Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8m del suelo y observa el edificio de enfrente. La parte superior con un ángulo de 30 grados y la parte inferior con un ángulo de depresión de 45 grados. Determine la altura del edificio señalado.

EJERCICIO N°7:

a. Calcular el perímetro y el área de un hexágono inscrito en una circunferencia de 4 cm de radio.



b. Calcular el lado, el perímetro y el área de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio.